Eksploatacija EES-a

Računske vežbe

Zadatak 1

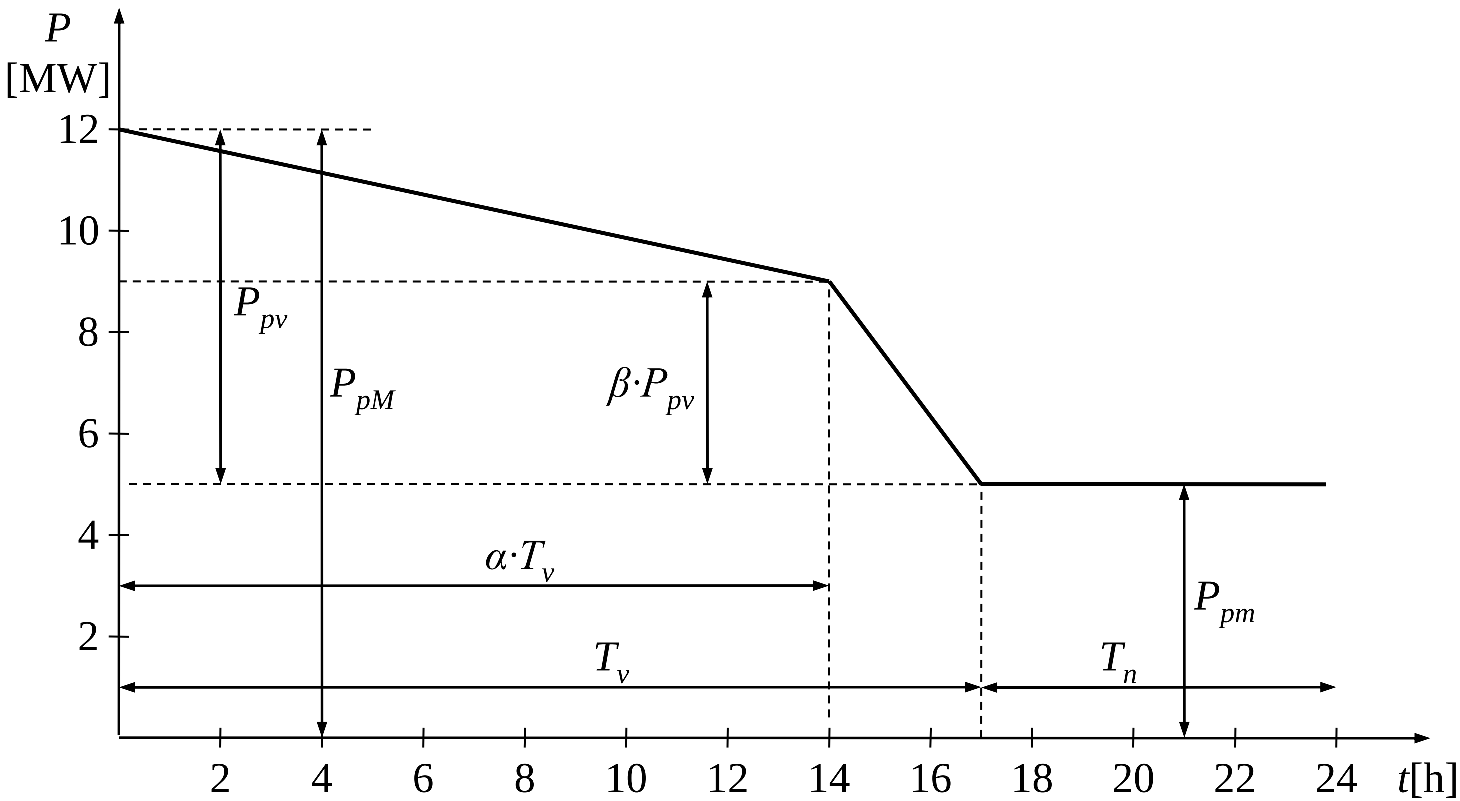
Dnevni dijagram opterećenja sistema ima P_{pm} = 5 MW i P_{pM} = 12 MW. Dijagram je apoksiomovan krivom trajanja opterećenja datom sa tri prave kao na slici. Usvojeno je da je vreme trajanja malih opterećenja (noćni period) T_n = 7 h, sa konstantnim opterećenjem $P_{pk} = P_{pm}$. Faktor opterećenja je m = 0.75.

a) Odrediti vrednost zbira parametara ($\alpha+\beta$) u funkciji od poznatih veličina (m, m_0, T_v).

b) U kom opsegu se, u opštem slučaju, može nalaziti ($\alpha+\beta$) i kako se vrši izbor zbira tih parametara.

Zadatak 1

Aproksimacija sa tri prave prikazana je na slici.



Zadatak 1 – rešenje

a) Ukupna utrošena energija u toku dana je:

$$W_p = 24mP_{pM} = 216\ \mathrm{MWh}$$

Udeo konstantne energije je:

$$W_{pk} = 24P_{pk} = 24P_{pm} = 120\ \mathrm{MWh}$$

Varijabilna energija je:

$$W_{pv} = W_p - W_{pk} = 96\ \mathrm{MWh}$$

Utrošena varijabilna energija (ograničena sa dve aproksimativne prave, y-osom i pravom $P_p = P_{pm} = P_{pk}$) može se izraziti kao:

$$W_{pv} = \alpha \cdot T_v \cdot \beta \cdot P_{pv} + \frac{1}{2}\alpha \cdot T_v \cdot (P_{pv} - \beta \cdot P_{pv}) + \frac{1}{2}\beta \cdot P_{pv}(T_v - \alpha \cdot T_v)$$

Zadatak 1 - rešenje

Posle sređivanja dobija se:

$$W_{pv} = \frac{1}{2} P_{pv} \cdot T_v \cdot (\alpha + \beta)$$

To znači da je:

$$24mP_{pM} - 24P_{pk} = \frac{1}{2} P_{pv} \cdot T_v \cdot (\alpha + \beta)$$

Ovo znači da je:

$$(\alpha + \beta) = \frac{48}{T_v} \cdot \frac{mP_{pM} - P_{pk}}{P_{pM} - P_{pk}}$$

odnosno

$$(\alpha + \beta) = \frac{48}{T_v} \cdot \frac{m - \frac{P_{pk}}{P_{pM}}}{1 - \frac{P_{pk}}{P_{pM}}} = \frac{48}{T_v} \cdot \frac{m - m_0}{1 - m_0} = 1.61328$$

Zadatak 1 - rešenje

U prethodnom izrazu je:

$$T_v = T - T_n = 17 \text{ h}$$

$$m_0 = \frac{P_{pm}}{P_{pM}} = \frac{P_{pk}}{P_{pM}} = 0.4167$$

b) U opštem slučaju opseg promene α i β je:

$$0 \leq \alpha \leq 1 \text{ i } 0 \leq \beta \leq 1 \text{ odnosno } 0 \leq \alpha + \beta \leq 2$$

što znači da je broj aproksimacija neograničen.

Ima se nekoliko karakterističnih slučajeva:

$$\alpha + \beta = 0 \Rightarrow \alpha = 0 \;\; i \;\; \beta = 0 \Rightarrow W_{pv} = 0$$

$$\alpha + \beta = 2 \Rightarrow \alpha = 1 \;\; i \;\; \beta = 1 \Rightarrow W_{pv} = P_{pv} \cdot T_v$$

Zadatak 1 - rešenje

Između ova dva ekstremna slučaja karakteristično je i:

$\alpha = 0 \;\; i \;\; \beta \neq 0 \;\Rightarrow\;$ jedna od pravih se nalazi na osi P

$\alpha \neq 0 \;\; i \;\; \beta = 0 \;\Rightarrow\;$ jedna od pravih se nalazi na osi paralelnoj t - osi ali pomerenoj za P_{pk}

U konretnom slučaju izbor α i β vrši se na osnovu sledeća dva uslova:

1. Da se sa sa aproksimativnom krivom ima ista ukupna, varijabilna i konstantna energija određene stvarnom krivom.
2. Da se stvarna i aproksimativna kriva što više poklapaju. Kao kriterijum koristi se minimizacija srednjih kvadratnih odstupanja aproksimativne u odnosu na stvarnu krivu.

Zadatak 2

Za prethodni zadatak odrediti analitičke izraze za pojedine prave.

Rešenje:

Za interval $0 \le t \le \alpha \cdot T_v$:

$$P_p(t) - (P_{pk} + \beta P_{pv}) = \frac{(P_{pk} + \beta P_{pv}) - (P_{pk} + P_{pv})}{\alpha T_v - 0}(t - \alpha T_v)$$

$$P_p(t) = P_{pk} + P_{pv} - \frac{P_{pv}(1-\beta)}{\alpha T_v} t$$

Za interval $\alpha \cdot T_v \le t \le T_v$:

$$P_p(t) - P_{pk} = \frac{P_{pk} - (P_{pk} + \beta P_{pv})}{T_v - \alpha T_v}(t - T_v)$$

$$P_p(t) = P_{pk} + \frac{\beta P_{pv}}{1-\alpha} - \frac{\beta P_{pv}}{(1-\alpha)T_v} t$$

Za interval $T_v \le t \le T$:

$$P_p(t) = P_{pk}$$

Zadatak 3

Iz podataka o prošlosti poznato je N parova podataka o godišnjem dijagramu opterećenja (P_{pi}, t_i, $i = 1, 2, ..., N$). Za dati niz podataka potrebno je izvršiti aproksimaciju krive trajanja opterećenja normalizovane po opterećenju i vremenu polinomom 4. stepena. Radi veće tačnosti potrebno je obuhvatiti i sledeće uslove:

– da aproksimativna kriva prolazi kroz tačku maksimalnog opterećenja P_{pM},

– da aproksimativna kriva prolazi kroz tačku minimalnog opterećenja P_{pm},

– da je površina ispod aproksimativne krive jednaka tačno ostvarenoj potrošnji energije W_p.

Postaviti sistem jednačina pomoću kojeg se određuju koeficijenti aproksimativnog polinoma.

Zadatak 3 - rešenje

Polinom 4. reda je:

$$P_p(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 + a_4 t^4$$

Za t = 0 mora da važi:

$$P_p = P_{pM}$$

Odavde se dobija da je:

$$a_0 = P_{pM}$$

Pošto je kriva trajanja opterećenja uređena u opadajućem redosledu onda za t = T mora da važi:

$$P_p = P_{pm}$$

odnosno:

$$P_{p_m} = a_0 + a_1 T + a_2 T^2 + a_3 T^3 + a_4 T^4$$

Zadatak 3 - rešenje

Za normalizovanu vremensku koordinatu važi da je T = 1.r.j. pa prethodni izraz postaje:

$$P_{p_m} = a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 \qquad (1)$$

Ukupna utrošena energija W_p ispod aproksimativne krive trajanja opterećenja je:

$$W_p = \int_0^T P_p(t)dt = \int_0^T (a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 + a_4 t^4)dt$$

odnosno nakon rešavanja integrala za normalizovanu vremensku koordinatu (T = 1.r.j.) dobija se:

$$W_p = P_{pM} + \frac{a_1}{2} + \frac{a_2}{3} + \frac{a_3}{4} + \frac{a_4}{5} \qquad (2)$$

U prethodnom izrazu uvažen je početni uslov da je $a_0 = P_{pM}$.

Zadatak 3 - rešenje

Pošto je slobodan član a_0 određen, ostaje da se odredi još 4 koeficijenta.

Pored jednačina (1) i (2) potrebne su još dve jednačine. One se dobijaju iz uslova da suma kvadrata odstupanja merenjem dobijenih opterećenja i onih dobijenih iz aproksimacione krive bude minimalna.

Funkcija cilja je:

$$\Phi = \left\{ \sum_{i=1}^{N} \left[P_{pi} - (a_0 + a_1 t_i + a_2 t_i^2 + a_3 t_i^3 + a_4 t_i^4) \right]^2 \right\} \to \min$$

Minimum f-je Φ ima se kada su ispunjeni uslovi:

$$\frac{d\Phi}{da_0} = \frac{d\Phi}{da_1} = \frac{d\Phi}{da_2} = \frac{d\Phi}{da_3} = \frac{d\Phi}{da_4} = 0$$

Teoretski koeficijenti a_0 do a_4 mogu se odrediti iz ovih 5 jednačina ali se imaju tri dodatna uslova koja se moraju zadovoljiti pa su potrebne samo dve jednačine. Izabraće se izvodi po a_0 i a_1 jer članovi nižeg stepena imaju dominantniji uticaj.

Zadatak 3 - rešenje

Prva jednačina je:

$$\frac{d\Phi}{da_0} = \sum_{i=1}^{N} 2\left[P_{pi} - (a_0 + a_1 t_i + a_2 t_i^2 + a_3 t_i^3 + a_4 t_i^4)\right](-1) = 0$$

odnosno

$$\sum_{i=1}^{N} P_{pi} = NP_{pM} + a_1 \sum_{i=1}^{N} t_i + a_2 \sum_{i=1}^{N} t_i^2 + a_3 \sum_{i=1}^{N} t_i^3 + a_4 \sum_{i=1}^{N} t_i^4 \qquad (3)$$

Druga jednačina je:

$$\frac{d\Phi}{da_1} = \sum_{i=1}^{N} 2\left[P_{pi} - (a_0 + a_1 t_i + a_2 t_i^2 + a_3 t_i^3 + a_4 t_i^4)\right](-t_i) = 0$$

odnosno

$$\sum_{i=1}^{N} P_{pi} t_i = P_{pM} \sum_{i=1}^{N} t_i + a_1 \sum_{i=1}^{N} t_i^2 + a_2 \sum_{i=1}^{N} t_i^3 + a_3 \sum_{i=1}^{N} t_i^4 + a_4 \sum_{i=1}^{N} t_i^5 \qquad (4)$$

Zadatak 3 - rešenje

Koeficijenti a_1, a_2, a_3 i a_4 dobijaju se rešavanjem sistema linearnih jednačina (1)-(4).

Rešavanjem se ne postiže globalna minimizacija funkcije Φ po svim koeficijentima, ali se postiže zadovoljenje dodatno postavljenih uslova.

Zadatak 4

Za godišnju krivu trajanja opterećenja poznat je niz podataka o aktivnim snagama dat u tabeli. Utrošena aktivna energija je W_p = 0.625 r.j..

Koristeći pretpostavke i rezultate iz prethodnog zadatka odrediti aproksimativni polinom 4. stepena kojim se na najbolji način aproksimuje godišnje kriva trajanja opterećenja zadata preko niza tačaka.

Izračunati grešku proračunatih snaga aproksimativnim polinomom u odnosu na zadate vrednosti.

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
t_i (r.j.)	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
P_{pi} (r.j.)	1.00	0.95	0.85	0.75	0.63	0.55	0.50	0.46	0.44	0.42	0.40

Zadatak 4 - rešenje

Polinom 4. reda je:

$$P_p(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 + a_4 t^4$$

Iz tabele se vidi da je

$$P_{pM} = a_0 = 1.00 \text{ r.j.}$$

$$P_{pm} = 0.40 \text{ r.j.}$$

Koristeći jednačine (1)-(4), ima se:

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = P_{pm} - a_0 = -0.6 \qquad (1)$$

$$\frac{a_1}{2} + \frac{a_2}{3} + \frac{a_3}{4} + \frac{a_4}{5} = W_p - P_{pM} = -0.375 \qquad (2)$$

$$5.5a_1 + 3.85a_2 + 3.025a_3 + 2.5333a_4 = -4.05 \qquad (3)$$

$$3.85a_1 + 3.025a_2 + 2.5333a_3 + 2.20825a_4 = -2.731 \qquad (4)$$

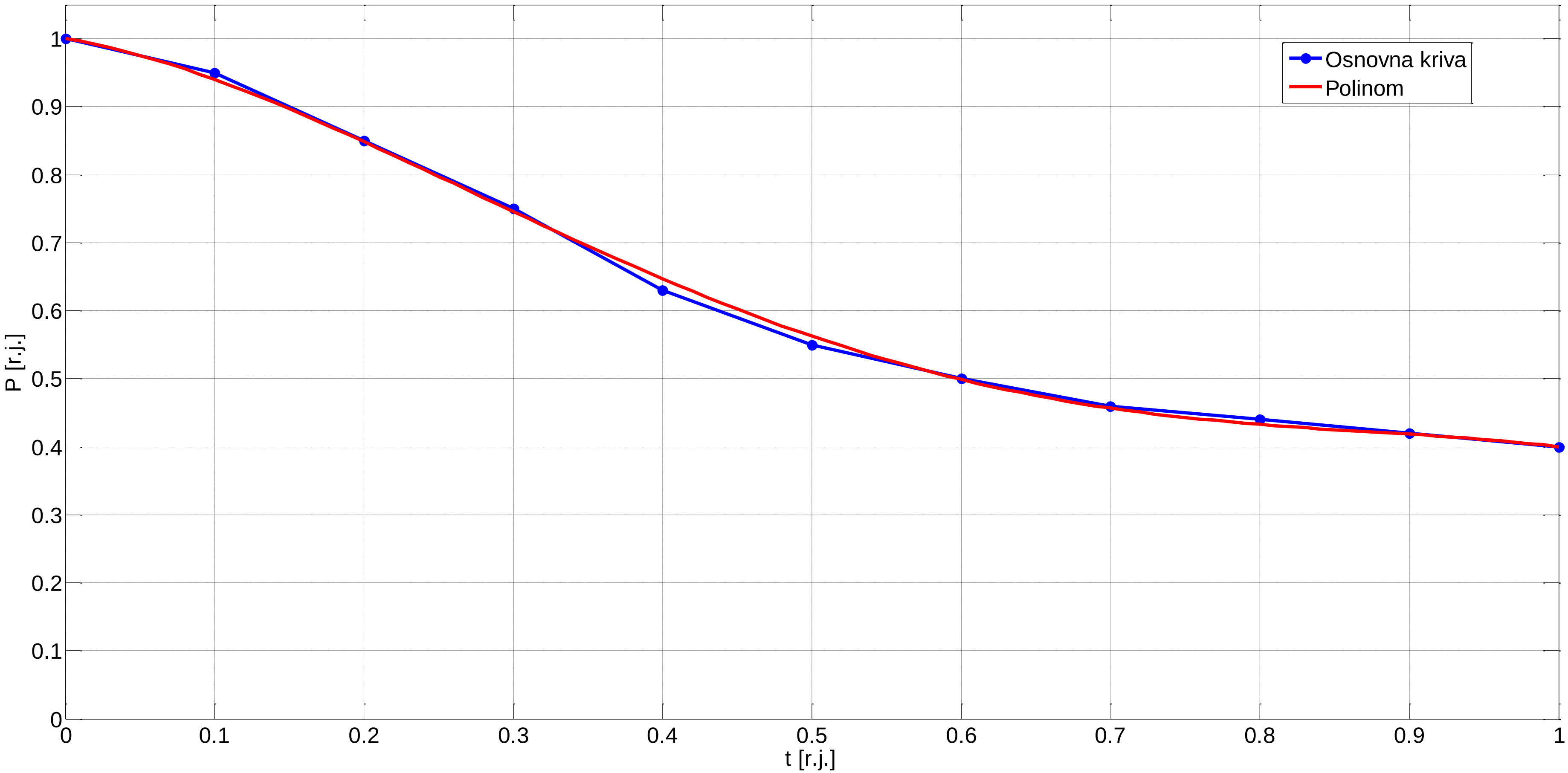
Zadatak 4 - rešenje

Rešenje sistema jednačina je:

$$a_1 = -0.361878,$$
$$a_2 = -2.810245,$$
$$a_3 = 4.563554,$$
$$a_4 = -1.991404.$$

Zadatak 4 - rešenje

Osnovna kriva i aproksimovana kriva polinomom



Zadatak 4 - rešenje

U tabeli su date izračunate vrednosti greške.

i	t_i [r.j]	Poznato P_{pi} [r.j]	Izračunato Q_{pi} [r.j]	Greška [%]
1	0	1.0	1.000000	0.00
2	0.1	0.95	0.940074	-1.04
3	0.2	0.85	0.848537	-0.17
4	0.3	0.75	0.745600	-0.59
5	0.4	0.63	0.646697	2.65
6	0.5	0.55	0.562481	2.27
7	0.6	0.50	0.498826	-0.23
8	0.7	0.46	0.456828	-0.69
9	0.8	0.44	0.432801	-1.64
10	0.9	0.42	0.418281	-0.41
11	1	0.40	0.400026	0.00

Zadatak 4 - rešenje

Utrošena energija može se izračunati preko aproksimativnog polinoma:

$$W_p = \int_0^T P_p(t)dt = \int_0^T (1 - 0.361878t - 2.810245t^2 + 4.563554t^3 - 1.991404t^4)dt$$

Rešenje ovog integrala je: $W_p = 0.62492$ r.j.

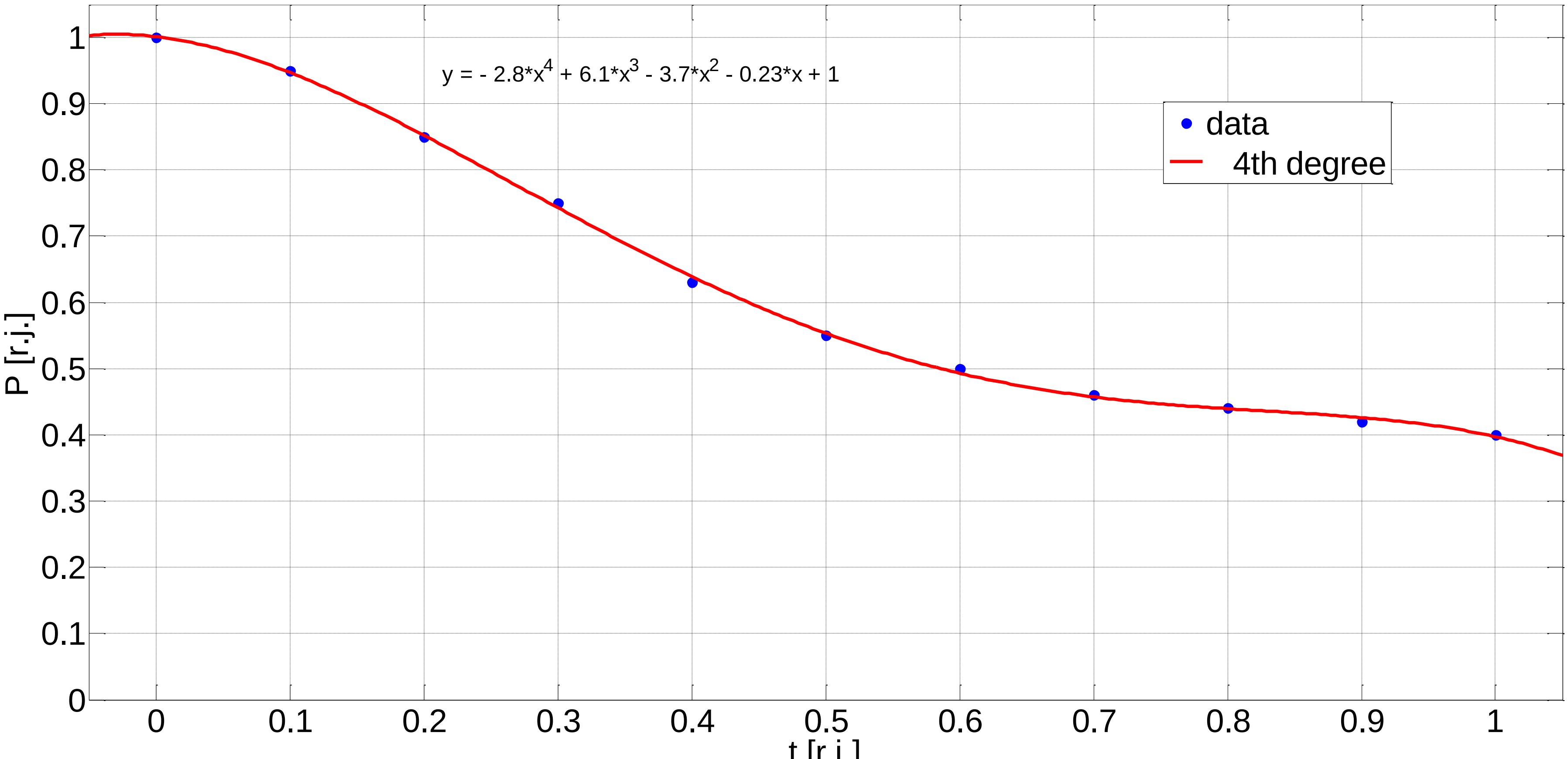
Utrošena energija može se izračunati i preko datih podataka:

$$W_p = \sum_{i=1}^{10} \frac{P_p^{(i)} + P_p^{(i+1)}}{2} \Delta t = 0.1 \sum_{i=1}^{10} \frac{P_p^{(i)} + P_p^{(i+1)}}{2} = 0.625 \text{ r.j.}$$

Aproksimativnim polinomom se pravi greška 0.0128% što je zanemarivo pa se može zaključiti da je aproksimativna kriva zadovoljavajuća.

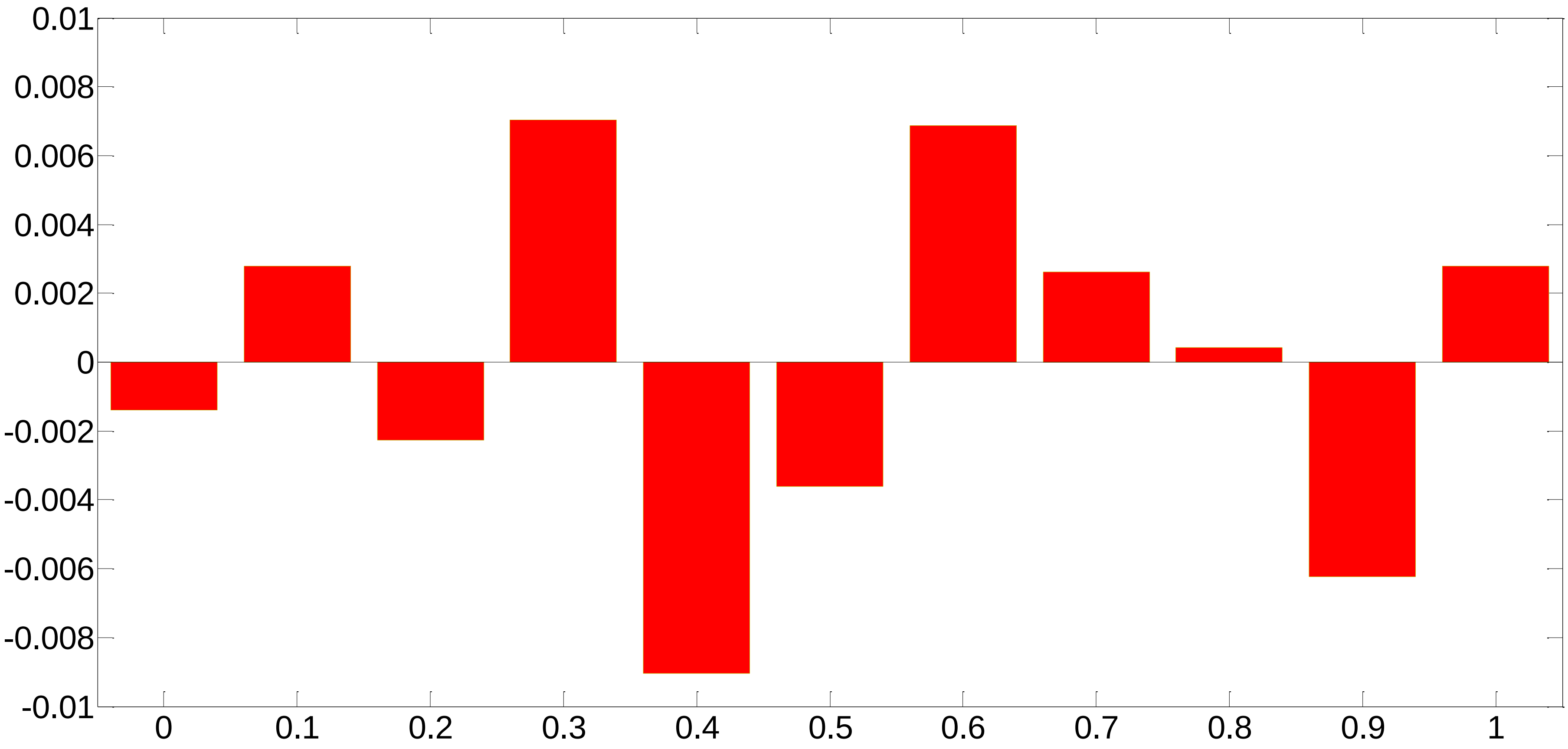
Zadatak 4 - rešenje

Poređenja radi na slici je prikazana aproksimacija polinomom 4. reda kada se ne bi uvažili dodatni uslovi.



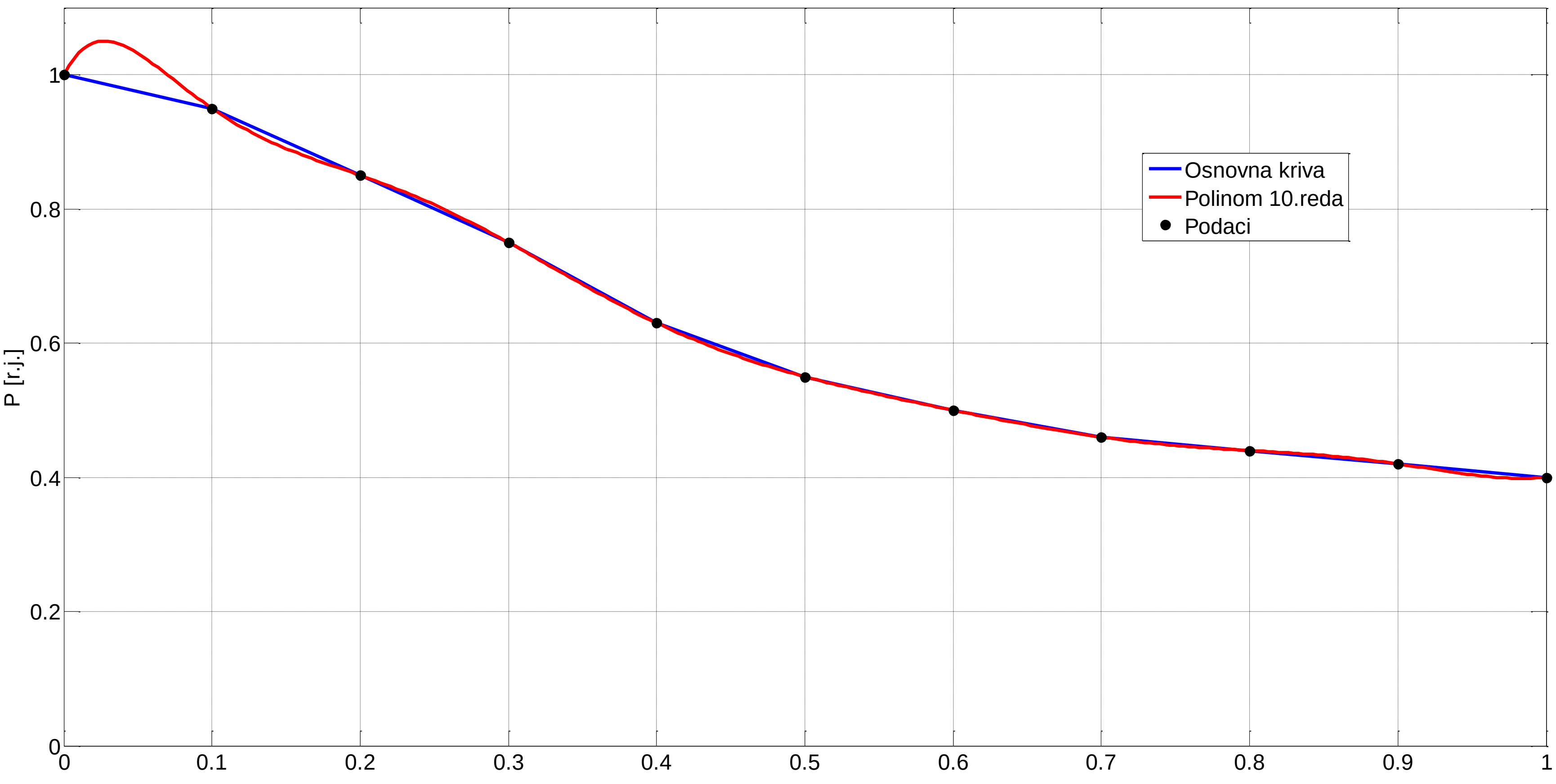
Zadatak 4 - rešenje

Na slici su date greške za slučaj aproksimacie polinomom 4. reda kada se ne bi uvažili dodatni uslovi.



Zadatak 4 - rešenje

Takođe, poređenja radi na slici je prikazana aproksimacija polinomom 10. reda kada se ne bi uvažili dodatni uslovi.



Zadatak 5

Četiri kaskadne HE sa čeonom akumulacijom i međudotocima imaju konstruktivne karakteristike date u tabeli.

	HE1	HE2	HE3	HE4
V_k [10^6 m^3]	107	0.1	0.05	0.08
Q_i [m^3/s]	18	18	18	18
H_k [m]	321	152	175	155
P_i [MW]	52	23	28	25

Veličine u tabeli imaju sledeća značenja:

V_k – korisna zapremena akumulacije

H_k – konstruktivni pad

Q_i – instalisani protok

P_i – instalisana snaga

Predviđa se da će u toku jednog dana srednje vrednosti međudotoka u akumulacije 2, 3 i 4 biti:

$$Q_{2sr} = 5\ \mathrm{m^3/s} \qquad Q_{3sr} = 3\ \mathrm{m^3/s} \qquad Q_{4sr} = 6\ \mathrm{m^3/s}$$

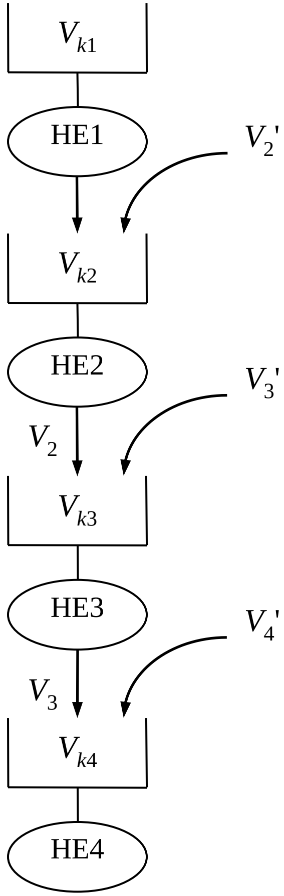
Zadatak 5

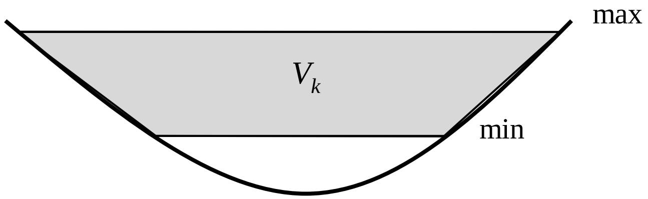
a) Ako se zahteva da u toku 24 h ceo hidroenergetski sistem proizvede 1000 MWh, koju količinu vode i sa kakvim rasporedom treba iskoristiti iz čeone akumulacije pod uslovom da se potpuno iskoriste međudotoci na nižim stepenicama. Pretpostavlja se da su međuakumulacije na početku 24-časovnog perioda prazne, a na kraju 24-časovnog perioda pune.

b) Izračunati koliku energiju će proizvesti svaka od elektrana iz sopstvenog dotoka, dotoka prethodnih stepenica i ukupno.

Zadatak 5 - rešenje

Na slici je data situacija i model akumulacije.





Zadatak 5 - rešenje

Prvo će se odrediti specifične energetske vrednosti za svaku HE:

$$\omega_i' = \frac{1000 P_i[\mathrm{MW}]}{3600 Q_i[\mathrm{m}^3/\mathrm{s}]} = \frac{P_i[\mathrm{MW}]}{3.6 Q_i[\mathrm{m}^3/\mathrm{s}]} \left[\frac{\mathrm{kWh}}{\mathrm{m}^3}\right]$$

$$\omega_1' = \frac{52}{3.6 \cdot 18} = 0.8 \left[\frac{\mathrm{kWh}}{\mathrm{m}^3}\right]$$

$$\omega_2' = 0.36 \left[\frac{\mathrm{kWh}}{\mathrm{m}^3}\right]$$

$$\omega_3' = 0.43 \left[\frac{\mathrm{kWh}}{\mathrm{m}^3}\right]$$

$$\omega_4' = 0.39 \left[\frac{\mathrm{kWh}}{\mathrm{m}^3}\right]$$

Zadatak 5 - rešenje

Ukupna energetska vrednost HE *i* jednaka je zbiru ω_1' i ω' ostalih nizvodnih HE.

$$\omega_1 = \omega_1' + \omega_2' + \omega_3' + \omega_4' = 1.98\ \frac{\mathrm{kWh}}{\mathrm{m}^3}$$

$$\omega_2 = 1.18\ \frac{\mathrm{kWh}}{\mathrm{m}^3}$$

$$\omega_3 = 0.82\ \frac{\mathrm{kWh}}{\mathrm{m}^3}$$

$$\omega_4 = \omega_4' = 0.39\ \frac{\mathrm{kWh}}{\mathrm{m}^3}$$

Zadatak 5 - rešenje

Mogu se odrediti ukupni dotoci u pojedine akumulacije.

Za Hidroelektranu HE2 iz uslova iz tačke a) važi:

$$V_2' = V_2 + V_{k2}$$

Smisao prethodne jednačine je da kad se akumulacija napuni (V_{k2}) višak vode ide u HE3 (V_2). Veličina V_2' je međudotok.

$$V_2' = Q_{2sr} \cdot 24 \cdot 3600$$

$$V_2' = 432000 \text{ m}^3$$

Ovo je količina vode koja je za jedan dan dotekla usputnim rečicama u akumulaciju HE2.

Zadatak 5 - rešenje

Međudotoci za ostale HE su:

$$V_3' = Q_{3sr} \cdot 24 \cdot 3600$$

$$V_3' = 259000\ \mathrm{m}^3$$

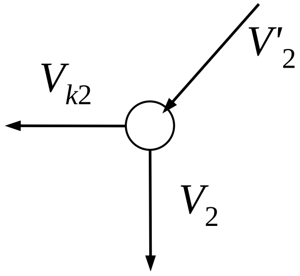
$$V_4' = 518000\ \mathrm{m}^3$$

Kada se napuni akumulacija višak se koristi za prozvodnju energije. Taj višak za HE2 je:

$$V_2 = V_2' - V_{k2}$$

$$V_2 = 432000 - 100000 = 332 \cdot 10^3\ \mathrm{m}^3$$

Bilans za HE2 dat je na slici:



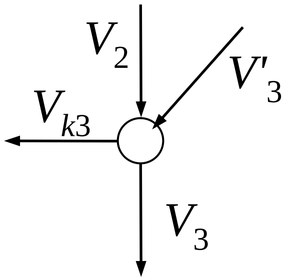
Zadatak 5 - rešenje

Za HE3 se ima:

$$V_3 = V_2 + V_3' - V_{k3}$$

$$V_3 = 541.2 \cdot 10^3 \text{ m}^3$$

Bilans je dat na slici:

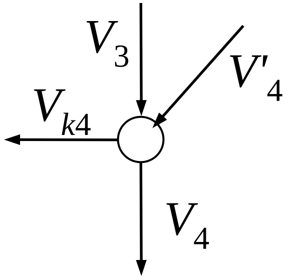


Za HE4 se ima:

$$V_4 = V_3 + V_4' - V_{k4}$$

$$V_4 = 979.6 \cdot 10^3 \text{ m}^3$$

Bilans je dat na slici.



Zadatak 5 - rešenje

Prvo će se posmatrati kao da nema proizvodnje iz HE1.

Odrediće se koliko će ostale HE da proizvedu, a onda posle koliko mora da proizvede HE1 da bi se ostvario plan.

Energija koju proizvode elektrane računa se na osnovu zapremine vode koja je protekla kroz njih (V_2, V_3 i V_4), odnosno:

$$W_2 = \omega_2' \cdot V_2 = 0.36 \cdot 332 = 119.5 \text{ MWh}$$

$$W_3 = \omega_3' \cdot V_3 = 232.8 \text{ MWh}$$

Mogu se izračunati pojedini udeli u proizvodnji HE3.

- na račun dotoka iz HE2

$$W_3'' = \omega_3' \cdot V_2 = 142.8 \text{ MWh}$$

- na račun sopstvenog dotoka

$$W_3^s = \omega_3' \cdot (V_3 - V_2) = 90 \text{ MWh}$$

Zadatak 5 - rešenje

Za HE4 dobija se:

$$W_4 = \omega_4' \cdot V_4 = 382\ \mathrm{MWh}$$

Mogu se izračunati pojedini udeli u proizvodnji HE3.

- na račun dotoka iz HE2

$$W_4'' = \omega_4' \cdot V_2 = 129.4\ \mathrm{MWh}$$

- na račun dotoka iz HE3

$$W_4''' = \omega_4' \cdot (V_3 - V_2) = 81.6\ \mathrm{MWh}$$

- na račun sopstvenog dotoka

$$W_4^s = \omega_4' \cdot (V_4 - V_3) = 171\ \mathrm{MWh}$$

Ukupna proizvedena energija je:

$$W = W_2 + W_3 + W_4 = 734.3\ \mathrm{MWh}$$

Zadatak 5 - rešenje

Potrebno je ukupno da se proizvede 1000 MWh pa treba još:

$$\Delta W = 265.7\ \mathrm{MWh}$$

Postavlja se pitanje koliko treba pustiti vode iz akumulacije HE1 da se proizvede. Dobija se:

$$V_1 = \frac{\Delta W}{\omega_1} = 134.2 \cdot 10^3\ \mathrm{m}^3$$

Sa veličinom ω_1 uključene su sve nizvodne elektrane u odnosu na HE1. Uticaj puštene vode na proizvodnju svake HE je:

$$\Delta W_1 = \omega_1' \cdot V_1 = 107.36\ \mathrm{MWh}$$

$$\Delta W_2 = \omega_2' \cdot V_1 = 48.3\ \mathrm{MWh}$$

$$\Delta W_3 = \omega_3' \cdot V_1 = 57.7\ \mathrm{MWh}$$

$$\Delta W_4 = \omega_4' \cdot V_1 = 52.34\ \mathrm{MWh}$$

Zadatak 5 - rešenje

Sve izračunate proizvodnje sumirane su u tabeli:

	HE1	HE2	HE3	HE4	Σ
HE1	107.36	/	/	/	107.36
HE2	48.3	119.5	/	/	167.8
HE3	57.7	142.8	90	/	290.5
HE4	52.34	129.4	81.6	171	434.4
Σ	265.7	391.7	171.6	171	1000

U tabeli poslednja vrsta predstavlja proizvodnju na osnovu dotoka u akumulaciju pojedinih elektrana. Poslednja kolona predstavlja stvarnu proizvodnju svake od elektrana.

Zadatak 6

Hidroelektrana instalisane snage P_i = 350 MW, instalisanog protoka Q_i = 1600 m^3/s ima akumulaciju korisne zapremine $V_k = 5 \cdot 10^7$ m^3.

a) Treba odrediti vreme pražnjenja akumulacije i njenu energetsku vrednost zanemarujući uticaj promene pada.

b) Koliku količinu HE može proizvesti u periodu od 8 h ako se očekuju srednječasovni dotoci u akumulaciju prema datoj tabeli

T [h]	24	1	2	3	4	5	6	7
Q_{sr} [m^3/s]	2000	1900	1800	1700	1600	1500	1400	1300

Korisna akumulacija je na početku 24. sata bila popunjena 25%, a zahteva se da bude puna na kraju 7. sata. Dati program rada HE tako da ne dođe do preliva ako je biološki minimum P_{BIOL} = 40 MW i ako se zahteva da se akumulacija napuni za najkraće vreme.

Zadatak 6 - rešenje

a) Vreme pražnjenja akumulacije je:

$$T_p = \frac{V_k\ [\mathrm{m}^3]}{3600 \cdot \mathrm{Q_i}\ [\mathrm{m}^3/\mathrm{s}]} = \frac{5 \cdot 10^7}{3600 \cdot 1600} = 8.68\ \mathrm{h}$$

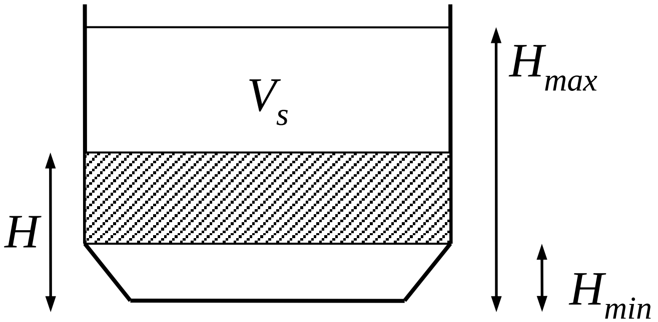
Ovo je elektrana sa dnevnom akumulacijom (do 2 h protočna, do 400 h dnevna, preko 400 h sezonska).

Energetska vrednost HE je:

$$\omega' = \frac{P_i}{3.6 \cdot \mathrm{Q_i}} = 0.0608\ \frac{\mathrm{kWh}}{\mathrm{m}^3}$$

Zadatak 6 - rešenje

b) Model akumulacije dat je na slici.



Akumulacija treba da se napuni sa:

$$V_s = (1-0.25)\cdot V_k = 3.75\cdot 10^7\ \text{m}^3$$

Dotekla količina vode u toku posmatranih 8 sati je:

$$V_d = \sum_{i=1}^{8} V_i = \sum_{i=1}^{8} 3600\cdot Q_{sri}$$

$$V_d = 4.752\cdot 10^7\ \text{m}^3$$

Zadatak 6 - rešenje

b) Pošto je $V_d > V_s$ može da se napuni akumulacija, a ostali deo da se iskoristi za proizvodnju.

$$V = V_d - V_s = 1.002 \cdot 10^7 \text{ m}^3$$

Može da se proizvede:

$$W = \omega \cdot V$$

$$W = \frac{P_i}{3.6 Q_i} \cdot V = 608.85 \text{ MWh}$$

Ograničenje je P_{BIOL} = 40 MW. Za protok važi relacija:

$$Q_{BIOL} = \frac{P_{BIOL}}{P_i} Q_i$$

U realnosti ova relacija nije linearna.

Zadatak 6 - rešenje

b) Mogu se analizirati dotoci po satima. Priraštaj zapremine u odgovarajućem satu je:

$$\Delta V = (Q_{sri} - Q_{BIOL}) \cdot 3600$$

Zapremina na početku razmatranja (na kraju 23. sata) je:

$$V_{23} = 0.25 V_k = 1.25 \cdot 10^7 \text{ m}^3$$

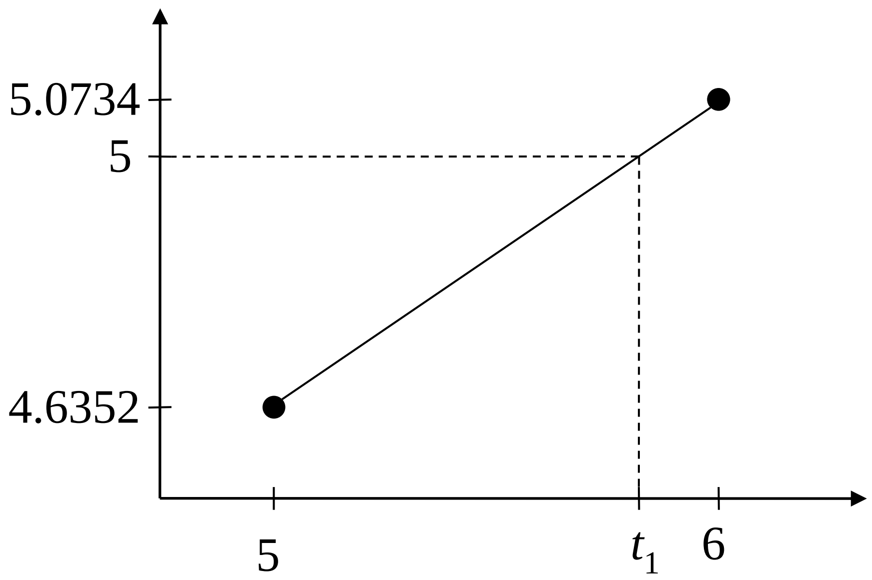
U tabeli je dat plan rada:

T [h]	23-24	24-1	1-2	2-3	3-4	4-5	$5\text{-}5^{50}$	$5^{50}\text{-}6$	6-7
ΔV [10^7 m^3]	0.6542	0.6182	0.5822	0.5462	0.5102	0.4742	0.3468	0	0
V [10^7 m^3]	1.9042	2.5224	3.1046	3.6508	4.1610	4.6352	5.000	5.000	5.000

U periodu od 5 do 6 (7. sat) došlo bi do preliva pa se elektrana mora angažovati za proizvodnju iznad P_{BIOL}.

Zadatak 6 - rešenje

Može se odrediti u kom trenutku će se bazen potpuno napuniti. Grafička ilustracija određivanja tog trenutka data je na slici.



Proračunom se dobija da je:

$$t_1 = 5.8325\ \mathrm{h} \cong 5\ \mathrm{h}\ 50\ \mathrm{min}$$

Zadatak 6 - rešenje

Snaga proizvodnje od 5^{50} do 6 h je:

$$P = P_i \cdot \frac{Q}{Q_i} = 350 \cdot \frac{1400}{1600} = 306.25\,\mathrm{MW}$$

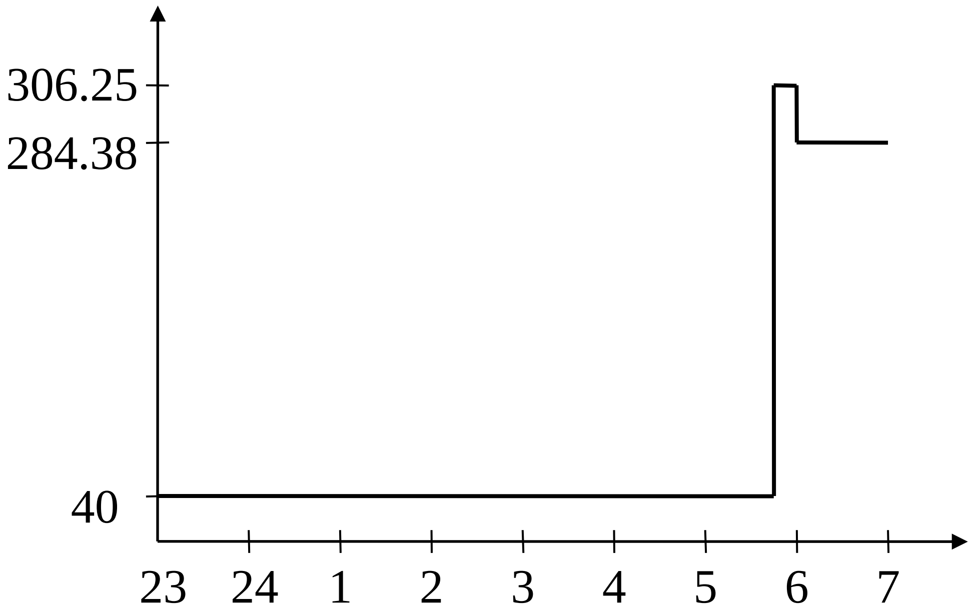
U periodu od 6 do 7 h snaga je:

$$P = 350 \cdot \frac{1300}{1600} = 284.38\,\mathrm{MW}$$

U periodu od 5^{50} do 7 h sva voda se koristi za proizvodnju.

Zadatak 6 - rešenje

Na slici je dat dijagram proizvodnje.



Zadatak 7

Energetski kompleks se sastoji od HE i RHE i prikazan je na Sl. 1. Srednji dotok u akumulaciju HE jedak je instalisanom dotoku HE. Traži se da ovaj kompleks proizvodi energiju prema dnevnom dijagramu opterećenja sa Sl. 2. Na početku posmatranog perioda akumulacija HE je bila puna i zahteva se da ona bude puna na kraju. Akumulacija RHE bila je puna sa 60 %. Postavlja se uslov da u toku 24 h ne sme doći do preliva na HE. Odrediti:

a) Plan rada HE uz uvažavanje datih uslova. Izračunati energiju koju će elektrane proizvesti zajedno i svaka posebno i energiju koja će se utrošiti na pumpanje vode iz akumulacije 1 u akumulaciju 2.

b) Odrediti stanje u akumulaciji RHE na kraju posmatranog perioda.

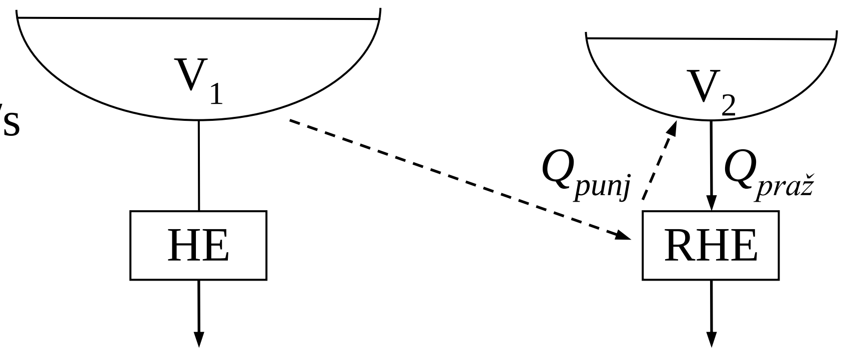
NAPOMENA: Smatrati da postoji direktna srazmera između snage i protoka.

Zadatak 7

P_{iHE}=400 MW

Q_{iHE}=1500 m^3/s

H_{kHE}=40 m



P_{iRHE}=300 MW

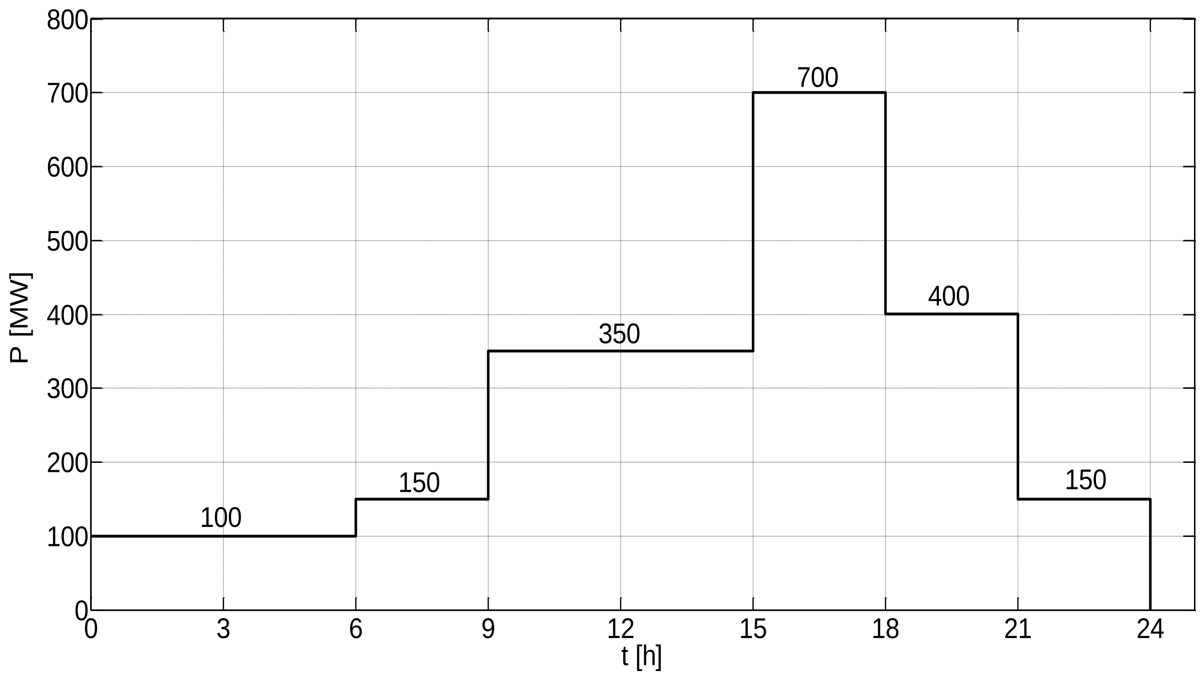
$Q_{iRHE}^{praž}=140\ \mathrm{m^3/s}$

$Q_{iRHE}^{punj}=109{,}2\ \mathrm{m^3/s}$

H_{kRHE}=330 m

V_{k2}=10^7 m^3

Sl. 1



Zadatak 7 - rešenje

a) Funkcija snage HE od protoka je:

$$P_{HE} = \frac{P_{iHE}}{Q_{iHE}} Q_{HE} = 0.267 Q_{HE}$$

Za RHE u režimu punjenja akumulacije funkcija snage od protoka pri punjenju je:

$$P_{RHE}^{punj} = \frac{P_{iRHE}}{Q_{iRHE}^{punj}} Q_{RHE}^{punj} = 2.75 Q_{RHE}^{punj}$$

Za HE važi jednačina po bilansu snage:

$$P_{HE} = P_p + P_{RHE}^{punj}$$

Ova jednačina pokazuje da se snaga HE koristi za zadovoljenje potrošnje i za pumpanje vode u jezero RHE. Zamenom prve dve jednaline u jednačinu bilansa dobija se:

$$\frac{P_{iHE}}{Q_{iHE}} Q_{HE} = P_p + \frac{P_{iRHE}}{Q_{iRHE}^{punj}} Q_{RHE}^{punj}$$

Zadatak 7 - rešenje

Prema uslovu da akumulacija HE ostane puna mora da bude ispunjeno:

$$Q_{sr} = Q_{HE} + Q_{RHE}^{punj}$$

Zamenom:

$$Q_{HE} = Q_{sr} - Q_{RHE}^{punj}$$

u jednačinu bilansa i sređivanjem dobija se izraz za protok pri punjenju akumulacije RHE:

$$Q_{RHE}^{punj} = \left(\frac{P_{iRHE}}{Q_{iRHE}^{punj}} + \frac{P_{iHE}}{Q_{iHE}} \right)^{-1} \cdot \left(\frac{P_{iHE}}{Q_{iHE}} Q_{sr} - P_p \right)$$

Zamenom poznatih vrednosti dobija se:

$$Q_{RHE}^{punj} = 0.3318 \cdot \left(400 - P_p\right)$$

Zadatak 7 - rešenje

Sada će se analizirati dijagram opterećenja i odrediti plan rada HE i RHE.

<u>Period (0 do 6) h:</u>

$$P_p = 100\ \text{MW}$$

$$Q_{RHE}^{punj} = 0.3318 \cdot \left(400 - P_p\right) = 99.5\ \text{m}^3/\text{s}$$

$$Q_{HE} = Q_{sr} - Q_{RHE}^{punj} = 1400.5\ \text{m}^3/\text{s}$$

$$P_{RHE}^{punj} = 2.75 \cdot Q_{RHE}^{punj} = 273.6\ \text{MW}$$

$$P_{HE} = P_p + P_{RHE}^{punj} = 373.6\ \text{MW}$$

$$P_{HE} = 0.267 \cdot Q_{HE} = 373.6\ \text{MW}$$

$$\Delta V_2^{0-6} = Q_{RHE}^{punj} \cdot 3600 \cdot 6 = 2.15 \cdot 10^6\ \text{m}^3$$

Zadatak 7 - rešenje

Sada će se analizirati dijagram opterećenja i odrediti plan rada HE i RHE.

<u>Period (6 do 9) h:</u>

$$P_p = 150\ \mathrm{MW}$$

$$Q_{RHE}^{punj} = 0.3318 \cdot \left(400 - P_p\right) = 82.9\ \mathrm{m}^3/\mathrm{s}$$

$$Q_{HE} = Q_{sr} - Q_{RHE}^{punj} = 1417.1\ \mathrm{m}^3/\mathrm{s}$$

$$P_{RHE}^{punj} = 2.75 \cdot Q_{RHE}^{punj} = 228\ \mathrm{MW}$$

$$P_{HE} = P_p + P_{RHE}^{punj} = 378\ \mathrm{MW}$$

$$\Delta V_2^{6-9} = Q_{RHE}^{punj} \cdot 3600 \cdot 6 = 0.896 \cdot 10^6\ \mathrm{m}^3$$

Zadatak 7 - rešenje

Sada će se analizirati dijagram opterećenja i odrediti plan rada HE i RHE.

<u>Period (9 do 15) h:</u>

$$P_p = 350\ \mathrm{MW}$$

$$Q_{RHE}^{punj} = 0.3318 \cdot \left(400 - P_p\right) = 16.6\ \mathrm{m}^3/\mathrm{s}$$

$$Q_{HE} = Q_{sr} - Q_{RHE}^{punj} = 1483.4\ \mathrm{m}^3/\mathrm{s}$$

$$P_{RHE}^{punj} = 2.75 \cdot Q_{RHE}^{punj} = 45.6\ \mathrm{MW}$$

$$P_{HE} = P_p + P_{RHE}^{punj} = 395.6\ \mathrm{MW}$$

$$\Delta V_2^{9-15} = Q_{RHE}^{punj} \cdot 3600 \cdot 6 = 0.358 \cdot 10^6\ \mathrm{m}^3$$

Zadatak 7 - rešenje

Sada će se analizirati dijagram opterećenja i odrediti plan rada HE i RHE.

<u>Period (15 do 18) h:</u>

$$P_p = 700\ \mathrm{MW}$$

$$P_{RHE}^{praž} = 300\ \mathrm{MW}$$

$$Q_{HE} = 1500\ \mathrm{m^3/s}$$

$$Q_{RHE}^{praž} = 140\ \mathrm{m^3/s}$$

$$\Delta V_2^{15-18} = -1.512 \cdot 10^6\ \mathrm{m^3}$$

Zadatak 7 - rešenje

Sada će se analizirati dijagram opterećenja i odrediti plan rada HE i RHE.

Period (18 do 21) h:

$$P_p = 400\,\mathrm{MW}$$

$$P_{RHE} = 0$$

$$\Delta V_2^{18-21} = 0$$

Zadatak 7 - rešenje

Sada će se analizirati dijagram opterećenja i odrediti plan rada HE i RHE.

Period (21 do 24) h:

$$P_p = 150\ \mathrm{MW}$$

$$Q_{RHE}^{punj} = 82.9\ \mathrm{m^3/s}$$

$$Q_{HE} = 1417.1\ \mathrm{m^3/s}$$

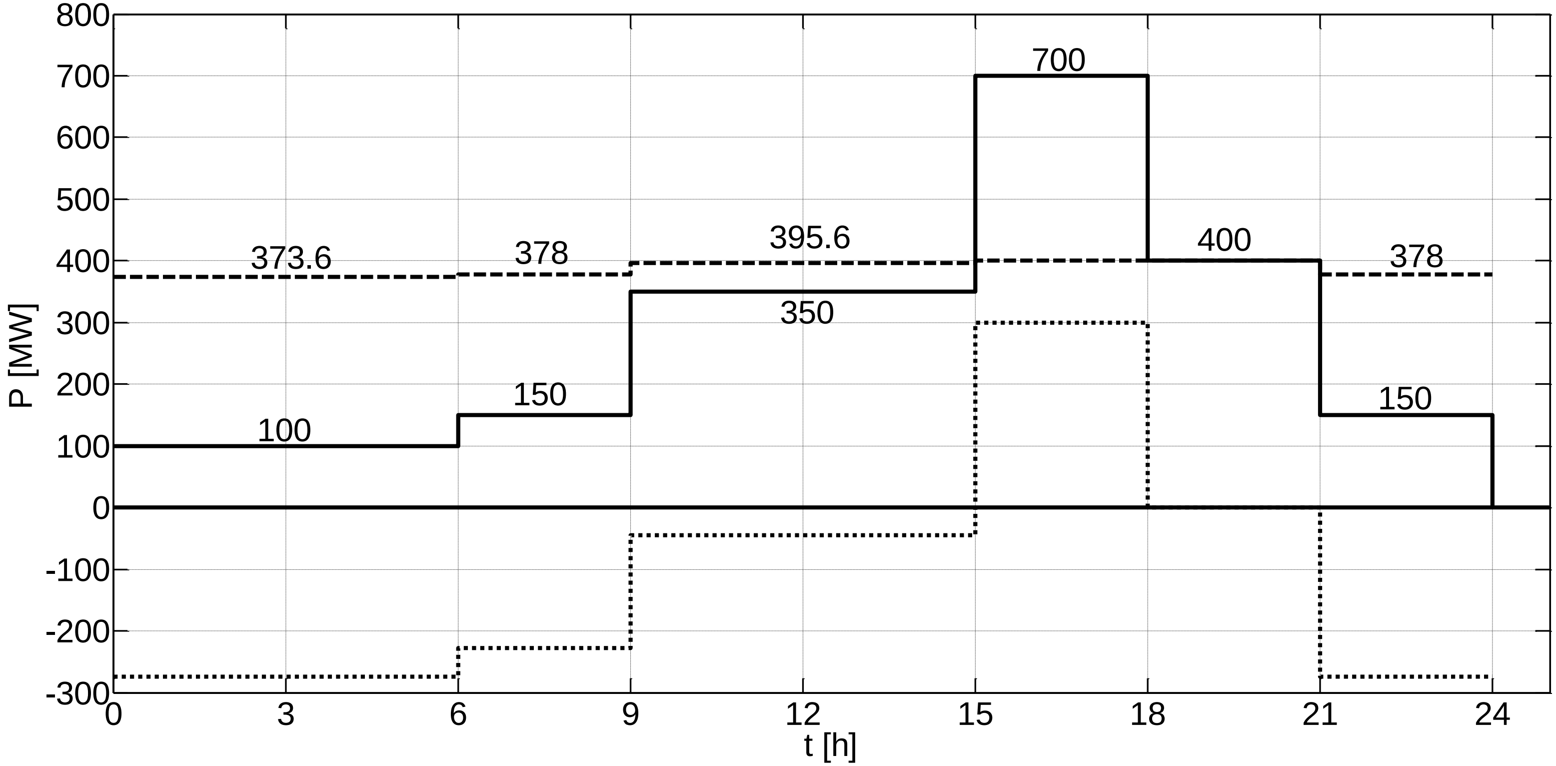
$$P_{RHE}^{punj} = 228\ \mathrm{MW}$$

$$P_{HE} = 378\ \mathrm{MW}$$

$$\Delta V_2^{21-24} = 0.896 \cdot 10^6\ \mathrm{m^3}$$

Zadatak 7 - rešenje

Na slici su dati dijagrami proizvodnje HE i RHE.



Zadatak 7 - rešenje

Energija HE za pumpanje vode u V_2 jednaka je:

$$W_{pump} = \sum_i P_{RHEi} \cdot t_i = 273.6 \cdot 6 + 228 \cdot 3 + 45.6 \cdot 6 + 228 \cdot 3$$

$$W_{pump} = 3.15 \cdot 10^6 \text{ kWh}$$

Energija HE za zadovoljenje konzuma je:

$$W_{HE} = 100 \cdot 6 + 150 \cdot 3 + 350 \cdot 6 + 400 \cdot 3 + 400 \cdot 3 + 150 \cdot 3 = 6 \cdot 10^6 \text{kWh}$$

Energija RHE za zadovoljenje konzuma je:

$$W_{RHE} = 300 \cdot 3 = 0.9 \cdot 10^6 \text{kWh}$$

Ukupna energija za konzum je:

$$W = W_{HE} + W_{RHE} = 6.9 \cdot 10^6 \text{kWh}$$

Zadatak 7 - rešenje

b) Ukupan priraštaj vode u periodu od 24 h u bazenu V_2 je:

$$\Delta V_2^{0-24} = 2.788 \cdot 10^6 \text{ m}^3$$

Stanje u akulumaciji je:

$$V_2 = 0.6 \cdot V_{k2} + \Delta V_2^{0-24} = 8.788 \cdot 10^6 \text{ m}^3$$

Slobodni deo akumulacije je:

$$V_2^{sl} = 1.212 \cdot 10^6 \text{ m}^3$$

Zadatak 8

Reverzibilna HE u svojoj akumulaciji trenutno raspolaže sa korisnom zapreminom $V_k = 9 \cdot 10^6$ m^3. Tu vodu može utrošiti uz smanjenje postojećeg pada od 300 m do 200 m. Promena protoka agregata u funkciji promene pada data je u Tabeli 1 i linearna je.

a) Ako se traži da HE radi ukupno 14 h prema Tabeli 2 izračunati kolika će količina vode biti utrošena iz akumulacije. Pri proračunu smatrati da se površina akumulacije ne menja pri promeni pada.

b) Odrediti energetsku vrednost akumulacije ako se prazni snagom od 300 MW.

Q [m^3/s]			
	P=100 MW	*P*=200 MW	*P*=300 MW
H=200 m	65	110	160
H=300 m	50	80	120

t [h]	6	4	4
P_p [MW]	100	200	300

Zadatak 8 - rešenje

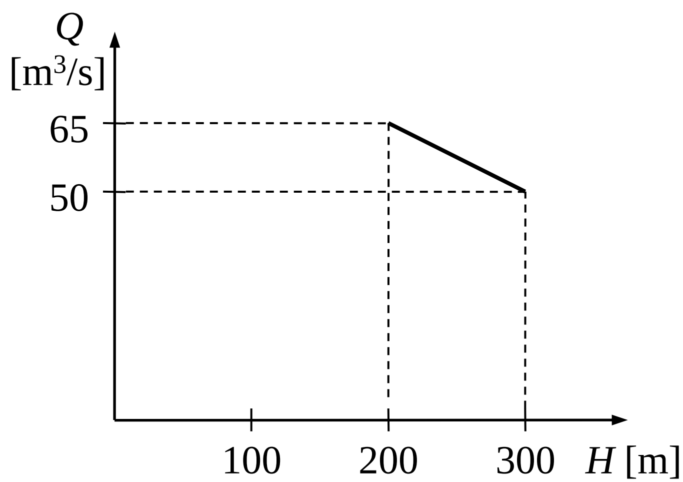
Za svaku snagu elektrane iz Tabele 1 može da se odredi funkcija promene protoka sa promenom pada. Te funkcije su:

$$Q_{100}(H) = 95 - 0.15H$$

$$Q_{200}(H) = 170 - 0.3H$$

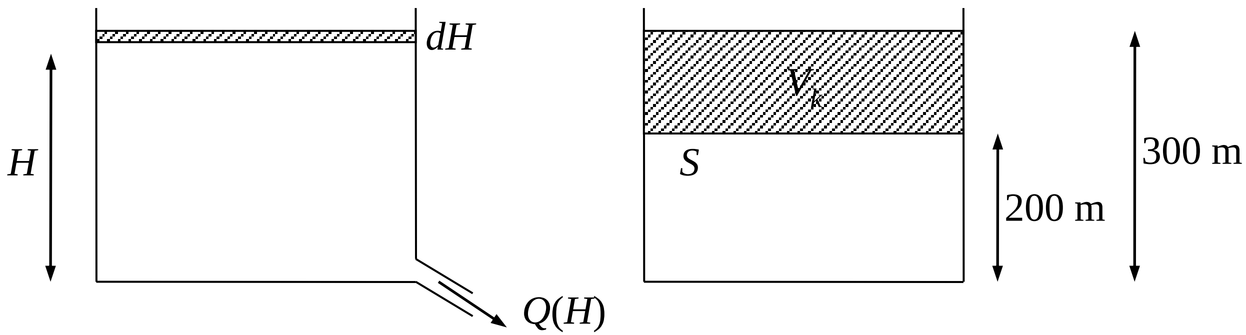
$$Q_{300}(H) = 240 - 0.4H$$

Ilustracija dobijanja krive za snagu elektrane od 100 MW data je na slici.



Zadatak 8 - rešenje

Model kojim će se modelovati akumulacija ilustrovan je na slici.



Na osnovu modela sa slike važi relacija:

$$dV = S \cdot dH = -Q(H) \cdot dt$$

Potrebno je naglasiti da je znak "–" u izrazu jer se pražnjenjem akumulacije *H* smanjuje.

Zadatak 8 - rešenje

Cilj je naći relaciju između *H*, *Q* i *t* da se vidi kako se ponaša *H*.

$$dt = -\frac{S}{Q}dH$$

$$\int_0^T dt = -\int_{H_{poč}}^{H_{kr}} \frac{S}{a+bH}dH$$

Rešenje integrala je:

$$T = -\frac{S}{b}\ln(a+bH)\Big|_{H_{poč}}^{H_{kr}}$$

$$T = -\frac{S}{b}\left[\ln(a+b\cdot H_{kr}) - \ln(a+b\cdot H_{poč})\right]$$

Površina akumulacije može se izračunati na osnovu korisne zapremine:

$$V_k = S\cdot\Delta H \qquad S = \frac{V_k}{\Delta H} = \frac{9\cdot 10^6\ \mathrm{m}^3}{100\ \mathrm{m}} = 9\cdot 10^4\ \mathrm{m}^2$$

Zadatak 8 - rešenje

Sada se za svaki period može izračunati promena visine.

Prvi period (T = 6 h, P_p = 100 MW):

$$6 \cdot 3600 = -\frac{9 \cdot 10^4}{-0.15}\left[\ln(95 - 0.15 \cdot H_{kr}^1) - \ln(95 - 0.15 \cdot H_{poč}^1)\right]$$

$$H_{kr}^1 = 287.79\,\mathrm{m}$$

Drugi period (T = 4 h, P_p = 200 MW):

$$H_{poč}^2 = H_{kr}^1$$

$$4 \cdot 3600 = -\frac{9 \cdot 10^4}{-0.3}\left[\ln(170 - 0.3 \cdot H_{kr}^2) - \ln(170 - 0.3 \cdot H_{poč}^2)\right]$$

$$H_{kr}^2 = 274.31\,\mathrm{m}$$

Zadatak 8 - rešenje

Sada se za svaki period može izračunati promena visine.

Treći period (T = 4 h, P_p = 300 MW):

$$H_{poč}^{3} = H_{kr}^{2}$$

$$4 \cdot 3600 = -\frac{9 \cdot 10^{4}}{-0.4}\left[\ln(240 - 0.4 \cdot H_{kr}^{3}) - \ln(240 - 0.4 \cdot H_{poč}^{3})\right]$$

$$H_{kr}^{3} = 252.78\ \mathrm{m}$$

Ukupna promena pada je:

$$\Delta H = H_{poč}^{1} - H_{kr}^{3} = 47.22\ \mathrm{m}$$

Utrošena voda je:

$$\Delta V = \Delta H \cdot S = 4.25 \cdot 10^{6}\ \mathrm{m}^{3}$$

Zadatak 8 - rešenje

b) Energetska vrednost se može izračunati tako što se najpre odredi vreme za koje se isprazi cela akumulacija ako se prazni snagom od 300 MW.

$H_{poč}$ = 300 m, H_{kr} = 200 m, P_P = 300 MW

$$T = -\frac{9 \cdot 10^4}{-0.4}\left[\ln(240 - 0.4 \cdot 200) - \ln(240 - 0.4 \cdot 300)\right] = 18 \text{ h}$$

Energetska vrednost je:

$$W = T \cdot P = 5.4 \cdot 10^3 \text{ MWh}$$